

独立分量分析在混沌信号分析中的应用

王 泽, 朱贻盛, 李 音

(上海交通大学生物医学工程系, 上海 200030)

摘 要: 本文从高阶统计信息角度来研究混沌信号, 利用独立分量分析 (Independent Component Analysis 以下简称 ICA) 来探求混沌信号的特征结构. 集中讨论了两个问题. 一是基于 ICA 及相关的近似熵提出了一种新的方法来解决相空间重构中最佳延迟的选择问题; 二是利用 ICA 来实现局部本征维数 (LID) 求取算法, 从而对混沌吸引子的维数进行估计. 实验结果表明该方法能正确分别混沌信号与非混沌信号, 尤其是能正确判别 $1/f$ 随机过程不是混沌过程.

关键词: 独立分量分析; 互信息; 混沌吸引子; $1/f$ 过程

中图分类号: TN911.7 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2002) 10-1505-03

Independent Component Analysis in Chaotic Signal Analysis

WANG Ze, ZHU Yi-sheng, LI Yin

(Department of Biomedical Engineering, Shanghai Jiao Tong Univ., Shanghai 200030, China)

Abstract: We try to explore the higher order statistics information of chaotic system in this paper, and introduce a new blind signal separation method, independent component analysis, into chaotic signal processing. Firstly, we proposed a new method to search the optimum delay of phase space reconstruction, then we estimated the local intrinsic dimension from independent component analysis. The corresponding experiments showed good results, more interestingly, the latter method can distinguish between a $1/f$ process and a chaotic system.

Key words: independent component analysis; mutual information; chaos; $1/f$ process

1 引言

现实世界中许多信号都是由多个源信号混叠而来, 比如天线阵列所接受到的信号, 在公共场所人耳所听到的语音信号以及生理上的信号等等. 独立分量分析 (ICA)^[1,2] 的目的就是将这些假定为相互独立的源信号 $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)^T$ 分离出来. 它实际上是一个优化过程, 判据大多数是建立在互信息的基础上, 所采用的互信息都是某种程度上的近似. 而统计意义上的互信息熵等概念在混沌信号研究中也是经常用到的, 采用 ICA 方法中的互信息形式来研究确定性混沌信号是本文的第一个出发点.

在混沌信号分析中, LID^[9] 是用来估计确定性混沌吸引子维数的一种经典算法, 它的实质是进行主分量分析, 但只考虑了 2 阶统计信息. ICA 则考虑了信号空间 2 阶以上的统计信息, 有利于揭示高阶统计特征. 本文的第二个出发点就是用 ICA 来取代 PCA 进行维数估计.

为便于后文的叙述, 以下用 $S(\cdot)$ 表示信息熵, $I(\cdot)$ 表示互信息, $J(\cdot)$ 表示负熵, 具体定义式请参见文献[5].

统计意义上, 随机矢量 Y 各分量相互独立当且仅当其联合概率密度等于各边缘概率密度的乘积: $p_Y = \prod_{i=1}^m p_{Y_i}$ 此时 Y

与其各分量之间互信息为 0, 因而判别独立性的一个直接方法就是计算互信息. 但互信息的计算要利用概率密度, 实际上随机信号的概率密度求取一直是个棘手的问题. 为了绕过互信息的直接求解, Aapo Hyvarinen 提出了一种新的近似负熵公式:

$$J(y_i) \approx c [E\{G(y_i)\} - E\{G(v_i)\}]^2 \quad (1)$$

其中 c 为一无关大局的常数, v_i 为与 y_i 同均值同方差的高斯分布随机变量, $G(\cdot)$ 为非二次函数.

并由此提出了相应的学习算法: FastICA 算法. 详细内容请参阅文献[3].

2 ICA 在混沌信号中的应用

2.1 近似负熵在相空间重构中的应用

混沌信号的特征研究迄今为止都是建立在相空间中的状态矢量特性研究之上. 给定一条离散时间序列数据 x_n , ($n = 1, 2, \dots, N$), N 要求足够大, 根据 Takens 嵌入理论^[7], 由以下矢量重构的相空间与实际相空间等效:

$$X_i = (x_i, x_{i+d}, \dots, x_{i+(p-1)d})^T, i = 1, 2, \dots, N_{pd} \quad (2)$$

此处 $N_{pd} = N - (p-1)d$, d 是延迟单位 p 是嵌入维数并满足

条件 $p \geq 2D + 1$, 而 D 是吸引子的维数.

相空间重构中延迟 d 的选取相当关键^[7]: d 太小则重构相空间各状态向量(相点)相关性太强, 导致相空间维数的估计接近于 1; d 太大又导致维数估计接近嵌入维数 p .

Fraser 提出一种基于互信息的方法^[8]来求最佳延迟. 当重构出的相空间各状态向量之间的互信息最小时, 各状态向量就可以近似为彼此独立的. 此测量结果, 这样重构的相空间可以认为是与实际相空间等效. 正如上文所述, 互信息的求取往往需要通过间接的方法. 而实际上为求最佳延迟点, 我们只要找出互信息的某个单调函数的最小值就可以了.

根据熵、负熵和互信息之间的关系^[5], 我们可以得出以下关系式:

$$I(Y) = -S(Y_{\text{Gauss}}) + \sum_{i=1}^m S(Y_i, \text{Gauss}) + J(Y) - \sum_{i=1}^m J(Y_i) \quad (3)$$

其中 Y_{Gauss} 表示均值和方差均与 Y 相同的高斯分布随机变量.

这样, 基于 Aapo 提出的负熵我们就得到互信息的一种新的近似形式. 式(8)中前面 3 项对给定的数据来说是不变的, 当最后一项最大时整个互信息最小, 因而在寻求最小互信息时, 我们用最后一项来近似. 这与 Fraser 的互信息方法相比, 算法简单易行, 速度快, 且不需要象 Fraser 互信息算法那样事先确定阈值.

2.2 基于 ICA 的相空间局部特征维数估计

吸引子维数的估计是混沌信号研究中的另一重要方法, 是混沌信号定性分析和定量分析的基础. 实际上维数的定义有多种, 这里主要讨论 LID^[9]. 它具有稳定性好、对加性噪声不敏感、计算量小等特点. 是一种常用的维数. 求取 LID 的基本过程是:

(1) 用给定嵌入维数 p 已确定的延迟 d 重构相空间, 并随机选择 M 个相点;

(2) 对这 M 个点中的每个点 X_i 选出 q 个最近邻点 $X_{i(q)}$ 并组成一个 $(p \times q)$ 维矩阵:

$$\bar{Y}(i) = (X_{i(1)} - X_i, X_{i(2)} - X_i, \dots, X_{i(q)} - X_i)^T \quad (4)$$

(3) 通过下式来求取 LID:

$$D = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \text{rank}(\bar{Y}(i) \bar{Y}^T(i)) \quad (5)$$

上式中秩的求解一般通过奇异值分解(SVD)或特征值分解(EVD), 这实际上是求取 $\bar{Y}(i)$ 信号空间的相互独立的基的过程, 也即进行 PCA 分解. 由于 PCA 过程只考虑了信号空间的二阶统计信息, 求出的各个基之间仍然有高阶统计相关性. 更进一层的分析应该是寻找相互独立(或接近独立)的基空间, 利用这样的基空间来重构原始信号更能揭示其高阶统计结构. Michel & Flandrin^[4]采用了 P. Comon 提出的 ICA 方法来^[1]求取 LID, 但这种方法速度慢不稳定且实际上只考虑了四阶统计信息. 这里我们采用了 FastICA 算法. 相应算法流程为: (1) 对第 i 个点构成一个矩阵如式(11); (2) 对 $\bar{Y}(i)$ 进行 ICA 分解求取独立基, 从而求得相应的解混矩阵 A ; (3) 利用 SVD 来估计 A 的秩 r_i ; (4) 重复以上步骤直到 M 个混合矩阵的秩全部求出; (5) 对 M 个秩求均值即为所求系统 LID.

3 实验和仿真

本文实验所采用的数据来自两个确定性的混沌系统: Rossler 吸引子和 Lorenz 吸引子以及一个 Wiener-Levy 随机过程.

Rosser 吸引子由以下微分方程确定:

$$\begin{aligned} y'_1(t) &= -y_2 - y_3 \\ y'_2(t) &= y_1 + 0.2y_2 \\ y'_3(t) &= 0.2 + y_1y_3 - 5.7y_3 \end{aligned} \quad (6)$$

Lorenz 吸引子由下列关系式确定:

$$\begin{aligned} y'_1(t) &= -\frac{8}{3}y_1 + y_2y_3 \\ y'_2(t) &= -10(y_2 - y_3) \\ y'_3(t) &= -y_2y_1 + 28y_2 - y_3 \end{aligned} \quad (7)$$

对前两组微分方程采用龙格库塔法迭代 5000 次, 然后抽取其中一个坐标分量作为实验数据, 对混沌吸引子进行重构求维数. 对 Wiener-Levy 过程则直接迭代 5000 次产生数据序列.

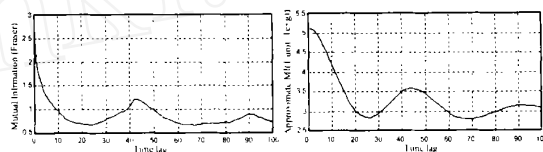


图1 不同延迟序列与原序列的互信息图. 左边是用 Fraser 互信息算法的结果, 右边则是采用本文提出算法的结果. 图中的纵坐标单位是只具有相对意义. 从图中可看出, 两种算法的计算结果波峰和波谷的位置尤其是第一个局部极小点位置基本吻合.

图1是分别用 Fraser 互信息方法和本文提出的方法对 Rossler 系统作出的延迟—互信息图. 左图是用 Fraser 互信息算法结果, 右图则是用本文提出算法的结果. 从图中可以看出两者的波峰和波谷非常吻合, 尤其是第一个局部最小点位置. 从而验证了利用这种近似互信息来确定最佳延迟的可行性.

接着我们分别利用了经典 LID 算法和本文提出的基于 ICA 的方法(简称为 ICALID)计算了 Rossler 吸引子、Lorenz 吸引子和 Wiener-Levy 过程的维数. 图2分别是用经典 LID 方法和 ICA 方法对 Rossler、Lorenz、Wiener-Levy 过程估计维数的结果, 横坐标是嵌入维数, 纵坐标是算出的维数. 从图中可以看出对于确定性混沌吸引子, 基于 ICA 的 LID 算法和经典 LID 算法求出的维数完全一致, 但对于 Wiener-Levy 过程经典 LID 算法求出的维数接近于一个稳定值, 这表明用经典 LID 算法是无法区分 $1/f$ 过程和确定性混沌过程的, 而 ICALID 求出的结果是随着嵌入维数增加而增加, 这正是随机过程与确定性过程的本质区别, 表明 ICALID 算法能正确区分 $1/f$ 过程与确定性混沌过程, 在以往算法中还不能做到这点.

4 小结

尽管确定性混沌信号与随机信号具有本质上的不同, 但研究表明很多随机信号处理方法在混沌信号研究中仍然适用, 比如谱分析就揭示了混沌信号具有宽带频谱的特性. 本文

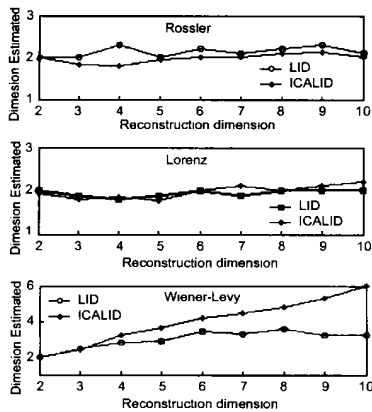


图2 LID 和 ICALID 计算结果比较图

应用 ICA 及相关近似负熵来研究混沌信号,是从混沌信号的高阶信息出发,研究吸引子的结构,得到了与以往低阶方法相比更能揭示吸引子的本质。

参考文献:

- [1] P Comon. Independent component analysis-a new concept [J]. Signal Processing, 1994, 36:287 - 314.
- [2] A Hyv rinen. New approximation of differential entropy for independent component analysis and projection pursuit [R]. Advances in Neural Information Processing Systems 10, MIT Press 1998 :273 - 279.
- [3] A Hyv rinen. Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis [J]. IEEE Trans. on Neural Network, 1999, 10 (3) :626 - 634.
- [4] O Michel, P Flandrin. Higher order statistics for chaotic signal analysis [J]. Control and Dynamic System, 1996, 75 :105 - 154.
- [5] G Deco, D Obradovic. An Information Theoretic Approach to Neural Computing [M]. Springer, 1996.
- [6] W Liebert, H G Schuster. Proper choice of the time delay for the analysis of chaotic time series [J]. Physics Letters A, 1989, 142 (2 - 3) :107 - 111.
- [7] F Takens. Detecting strange attractors in turbulence [J]. Lecture Notes in Mathematics, 1981, 898 :366 - 381.
- [8] A Fraser. Information and entropy in strange attractors [J]. IEEE Trans. on Info. Theory, 1989, IT-35 (2) :245 - 262.
- [9] A Passamante, T Hediger, M Gollub. Fractal dimension and local intrinsic dimension [J]. Phys. Rev. A, 1989, 39 (7) :3640 - 3645.

作者简介:



王 泽 男, 1973 年 9 月出生于安徽宿松县, 1995 年于合肥工业大学获学士学位, 1997 年就读于上海交通大学生物医学工程系攻读博士学位, 现在香港城市大学电子工程系进行合作研究, 主要研究方向为 IBMR, 图像压缩, 盲信号分离, 语音信号处理, EEG, ECG 信号处理。



朱贻盛 男, 教授, IEEE 高级会员, 1968 年毕业于中国科技大学电子工程和信息科学系, 1985 年至 1988 年曾先后在美国威斯康星-麦迪逊大学电子工程与计算机系和美国霍普金斯医学院生物医学工程系学习与访问, 1990 年以来已在国内外重要杂志发表了 60 余篇论文, 现主要研究方向有: EEG, ECG 处理, DSP, 医疗仪器, 新药技术。